**Cherchons ensemble – Énoncés modifiables**

## Activité 1 Découvrir les priorités des opérations — Objectif 1

Tom et Alice ont calculé $8 + 2 \times 3$ sans calculatrice.



1. Expliquer comment Tom et Alice ont obtenu leurs résultats respectifs.
2. Utiliser une calculatrice scientifique pour savoir qui a effectué le calcul correctement.
3. Effectuer mentalement les calculs suivants :

| | | |
|---|---|---|
| $A = 4 \times 5 + 2$ | $B = 10 + 1 \times 3$ | $C = 7 + 3 \times 5$ |
| $D = 30 - 4 \times 2$ | $E = 30 - 25 : 5$ | $F = 12 + 8 : 4$ |
| $G = 100 : 10 + 10$ | $H = 15 - 5 \times 2 + 4$ | $I = 200 : 10 - 8$ |
| $J = 27 - 8 + 2$ | $K = 143 - 5 - 2$ | $L = 20 : 10 \times 2$ |

4. Refaire les calculs précédents à l'aide de la calculatrice. En cas d'erreur, expliquer la réponse donnée par la calculatrice.
5. Expliquer comment on semble devoir calculer une expression contenant plusieurs opérations.

## Activité 2 Effectuer un calcul contenant des parenthèses — Objectif 2

Règle du jeu des Quatre : en utilisant quatre fois le chiffre 4, des opérations (+ ; − ; × ; : ) et des parenthèses, on doit trouver des nombres entiers.

- Exemples de calculs autorisés : $444 + 4 = 448$, mais aussi, $(4 + 4) \times (4 + 4) = 64$.

1. Voici quatre défis à relever l'un après l'autre :
   a. trouver 8 ;
   b. trouver tous les nombres entiers de 0 à 9 inclus ;
   c. obtenir 0 comme résultat du plus grand nombre de façons possible_;
   d. trouver le plus de nombres entiers différents possibles inférieurs à 100.
2. Expliquer comment calculer une expression contenant des parenthèses.

## Activité 3 Écrire une suite de calculs en une seule expression — Objectif 2

Sur le site Internet du jeu *Des chiffres et des lettres*, on peut jouer en ligne pour s'entrainer ou affronter d'autres candidats. Dans l'exemple ci-dessous, le candidat devait obtenir 575 en utilisant les nombres 6 ; 4 ; 9 ; 8 ; 75 et 50.




1. Le meilleur calcul, celui qui permet de trouver 575, est présenté par l'animateur virtuel en trois étapes. Écrire cette suite de calculs en une seule expression (on pourra utiliser les opérations +, −, ×, : et éventuellement des parenthèses si cela est nécessaire).
2. Le candidat n'a pas réussi à trouver 575. Il a obtenu 563 en cinq étapes de calcul. Écrire son calcul en une seule expression.
3. **a.** Voici une nouvelle séquence de jeu ci-dessous. Essayer de trouver la suite de calculs qui permet de trouver 147 avec les nombres proposés ou à défaut de s'en approcher au plus près.




   **b.** Écrire la suite de calculs trouvée en une seule expression.

## Activité 4 Reconnaitre une somme ou un produit — Objectif 3

1. Le nom d'une expression (*somme*, *produit*, *différence*, *quotient*) est donné par la dernière opération à effectuer. Pour chacune des expressions suivantes, déterminer l'opération qui sera effectuée en dernier et dire s'il s'agit d'une somme ou d'un produit.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $A = 10 + 5 \times 2$ | $B = (3 \times 6) + 5$ | $C = 14 + (8 - 6)$ | $D = 8 \times (12 + 4)$ |
| $E = (12 + 5) \times (7 + 4)$ | $F = (4 + 9) \times 7$ | $G = 3 \times 7 + 4 \times (6 - 1)$ | $H = 3 \times 5 + 7$ |

2. **a.** Dans chacun des cas suivants, écrire l'expression correspondante :
   - la somme de 19 et du produit de 5 par 4 ;

- le produit de 19 par la somme de 5 et 4 ;
- la somme du produit de 3 par 5 et du produit de 7 par 5 ;
- le produit de 5 par la somme de 3 et de 7.

**b.** Effectuer ces calculs.

## Activité 5 Calculer avec une écriture fractionnaire, un quotient, une fraction — Objectif 4

### A. Fractions et quotients

**6.** **a.** Choisir, parmi les nombres suivants, ceux qui conviennent pour compléter l'égalité: 5 × ... = 2.

2.5 10 $\frac{2}{5}$ 0.4 $\frac{5}{2}$ $\frac{4}{10}$

**b.** Mamie Mireille achète cinq litres de lait et paie deux euros. Combien coûte un litre de lait ?

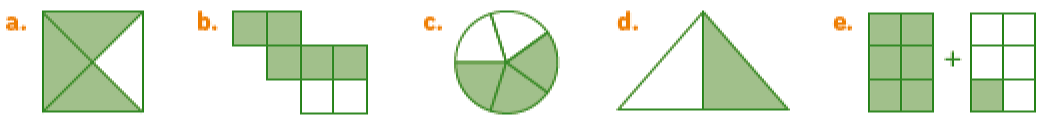
**7.** **a.** Choisir, parmi les nombres suivants, ceux qui conviennent pour compléter l'égalité: 6 × ... = 8.

0.75 $\frac{8}{6}$ 1.33 $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{6}{8}$

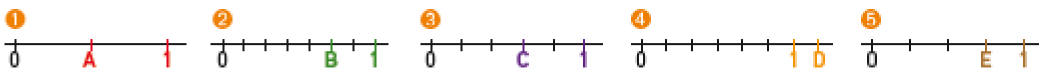
**b.** Mamie Mireille peut-elle partager huit euros équitablement entre ses six petits-enfants ? Expliquer.

### B. Fractions et droite graduée

**8.** Dans chacune des figures ci-dessous, quelle fraction représente la surface colorée ?




**9.** Associer chaque fraction trouvée en **3.** à l'abscisse d'un point placé sur l'une des




droites graduées ci-dessous.

**10.** Écrire sous forme décimale exacte, lorsque cela est possible, les quotients exprimés par les fractions trouvées en **3**.

## Activité 6 Exprimer une proportion — Objectif 4

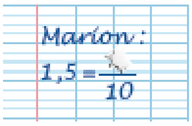
**1.** Lors d'un sondage dans un quartier de Brest, 14 familles sur 20 ont déclaré trier régulièrement leurs déchets. Exprimer, à l'aide d'une fraction :

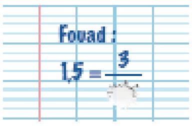
a. la proportion de familles qui trient leurs déchets selon ce sondage ;
b. la proportion de familles qui ne trient pas leurs déchets.

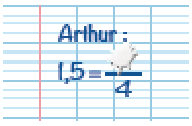
2. Dans un quartier de Strasbourg, le même sondage indique que $\frac{8}{10}$ des familles trient leurs déchets. La proportion est-elle plus importante ou moins importante qu'à Brest ?
3. Sur l'ile de Ré, parmi 200 familles, 180 ont déclaré trier leurs déchets.
   a. Calculer la proportion représentée par ces familles sur l'ile de Ré.
   b. Ranger, dans l'ordre croissant, les proportions de familles « écolos » pour Brest, Strasbourg et l'ile de Ré.

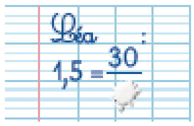
## Activité 7 Écrire des fractions égales — Objectif 5

Le professeur Mathétic a demandé à ses élèves de trouver une fraction égale à 1,5. Certains élèves se sont trompés et ont effacé leurs erreurs à l'aide de correcteur blanc. Voici leurs copies :










### A. Écritures fractionnaires égales

1. Recopier et compléter les réponses de chaque élève pour qu'elles soient correctes.
2. Recopier, puis compléter cette suite d'égalités : $\frac{...}{10} = \frac{3}{...} = \frac{...}{4} = \frac{30}{...} = 1.5$
3. D'après la question 2, comment peut-on obtenir des nombres en écriture fractionnaire égaux ?
4. Proposer une propriété permettant d'écrire des nombres en écriture fractionnaire égaux.
5. Recopier, puis compléter les égalités suivantes :
   a. $\frac{5}{3} = \frac{...}{9}$  b. $\frac{14}{21} = \frac{2}{...}$  c. $\frac{7}{4} = \frac{...}{16}$  d. $\frac{8}{10} = \frac{4}{...}$

### B. Simplification de fractions

6. Parmi les réponses complétées des élèves (question 1), quelle est la fraction écrite avec les nombres les plus petits possible? Justifier.
7. Proposer une méthode pour simplifier une fraction.
8. Simplifier les fractions suivantes :
   a. $\frac{12}{15}$  b. $\frac{45}{35}$  c. $\frac{6}{14}$  d. $\frac{90}{40}$  e. $\frac{24}{30}$

## Activité 8 Connaitre et utiliser l'égalité des produits en croix — Objectif 6

1. **a.** Soit deux nombres relatifs *a* et *c*. Mettre au même dénominateur les fractions $\frac{a}{7}$ et $\frac{c}{13}$.

   **b.** Prouver que si $\frac{a}{7} = \frac{c}{13}$, alors $13 \times a = 7 \times c$.

2. **a.** Soit quatre nombres relatifs *a*, *b*, *c* et *d* (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$) tels que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

   Prouver que $a \times d = b \times c$.

   **b.** Soit quatre nombres relatifs *a*, *b*, *c* et *d* (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$) tels que $a \times d = b \times c$.

   Prouver que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

   **c.** Expliquer pourquoi $a \times d = b \times c$ est appelée l'**égalité des produits en croix.**

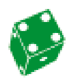
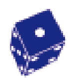
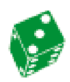
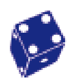
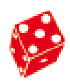
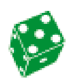
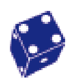
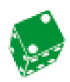
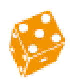
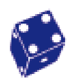
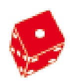
   **d.** Les quotients $\frac{52}{186}$ et $\frac{68}{238}$ sont-ils égaux ? Les quotients $\frac{221}{85}$ et $\frac{39}{15}$ sont-ils égaux ?

## Activité 9 Découvrir les nombres relatifs — Objectif 7

Voici un jeu qui se joue sur une droite régulièrement graduée, comme la droite ci-dessous.


Au départ, les joueurs placent leurs pions sur une même graduation nommée « **Départ** ». Ensuite, à chaque tour, chaque joueur lance un dé :
- si le résultat est **impair**, il **avance** son pion vers la droite du nombre de graduations égal au résultat obtenu ;
- si le résultat est **pair**, il **recule** son pion vers la gauche du nombre de graduations égal au résultat obtenu.

À la fin de la partie, le vainqueur est celui qui a le plus avancé vers la droite. Ludivine, Thibaut, Inès et Yacine, décident d'effectuer quatre tours de ce jeu. Les lancers obtenus sont indiqués dans le tableau ci-contre.

| | 1er tour | 2e tour | 3e tour | 4e tour |
|---|---|---|---|---|
| Ludivine |  |  |  |  |
| Thibaut |  |  |  |  |
| Inès |  |  |  |  |
| Yacine |  |  |  |  |

**Cherchons ensemble – Énoncés modifiables**

1. Qui était en tête après le premier tour ? Qui était en tête après le deuxième tour ?
2. **a.** Reproduire la droite graduée ci-dessus et y placer une croix représentant le pion de Ludivine à l'issue du jeu. Faire de même pour Thibaut, Inès et Yacine.
   **b.** Décrire la position de chacun de ces pions.
   **c.** Proposer une façon simple de coder ces positions.
3. Les pions d'Inès et de Thibaut sont à la même distance du départ, mais pas au même endroit. Quel élément, dans le code retenu, va aider à les différencier ?

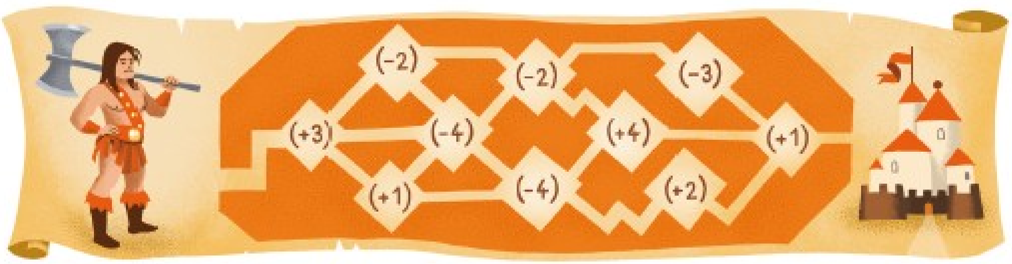
 

## Activité 10 Placer et comparer des nombres relatifs — Objectif 8

1. Placer les nombres relatifs suivants sur une droite graduée.
   (+ 6)   (− 4)   (− 3)   (+ 4)   (+ 2)   (− 3,5)   (+ 2,5)
2. À l'aide de la droite graduée obtenue à la première question, recopier et compléter les expressions suivantes avec les signes <, > ou =.
   **a.** (+ 4) … (− 3)   b. (+ 6) … (+ 4)   c. (− 3) … (− 4)   d. (− 3,5) … (− 3)
   **e.** (+ 2) … (+ 2,5)   f. (− 4) … (− 3,5)   g. (− 4) … (+ 4)   h. (− 4) … (+ 2,5)
3. Énoncer une ou plusieurs propriétés permettant de comparer :
   **a.** des nombres relatifs de signes contraires ;
   **b.** des nombres relatifs de même signe.

## Activité 11 Effectuer la somme de nombres relatifs — Objectif 9

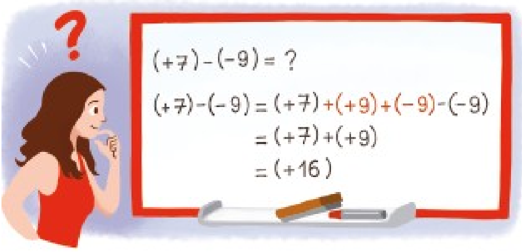
Arthur, le roi des barbares, possède beaucoup de pièces d'or, mais il en veut encore plus. Pour cela, il décide d'attaquer le village d'une troupe rivale. Pour atteindre ce village, il doit traverser un labyrinthe où, à chaque étape, il gagne ou perd des pièces d'or. Par exemple, s'il rencontre la case (+ 4), il gagne 4 pièces d'or ; s'il rencontre la case (− 3), il perd 3 pièces d'or.




1. **a.** Trouver le chemin qui permettra à Arthur d'atteindre le village avec le maximum de pièces d'or.
   **b.** Quel chemin le fera arriver au village avec autant de pièces qu'il en avait au départ ?
2. En s'inspirant du travail fait ci-dessus, proposer des réponses pour les calculs suivants:
   **a.** (+ 4) + (+ 5) = …   **b.** (+ 11,3) + (+ 7) = …   **c.** (− 7) + (− 12) = …
   **d.** (− 5) + (− 4,2) = …   **e.** (+ 8) + (− 5) = …   **f.** (− 2) + (+ 9) = …
   **g.** (− 11) + (+ 6) = …   **h.** (+ 8,5) + (− 13,5) = …
3. **a.** Comment semble-t-on déterminer le signe de la somme de deux nombres relatifs ?
   **b.** Comment semble-t-on déterminer la distance à zéro de la somme de deux nombres relatifs ?

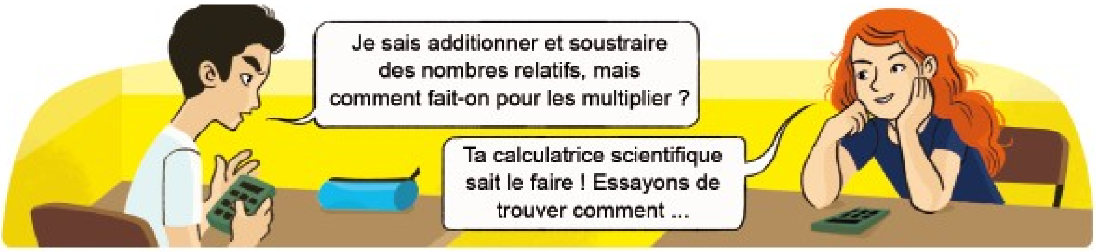
## Activité 12 Effectuer la différence de nombres relatifs — Objectif 9

En entrant dans sa classe de mathématiques, Romane regarde le tableau et voit ceci :




1. a. Expliquer pourquoi, à la deuxième ligne, on a le droit d'ajouter ce qui est noté en rouge.
   b. Expliquer alors pourquoi (+ 7) − (− 9) = (+ 7) + (+ 9).
2. De la même façon, calculer les soustractions suivantes :
   a. (+ 12) − (− 6)  b. (+ 4) − (+ 7)  c. (− 11) − (+ 8)  d. (− 8) − (− 5)
3. Proposer une méthode simple permettant de calculer la différence de deux nombres relatifs.

## Activité 13 Multiplier des nombres relatifs — Objectif 10




### A. Conjecturer

1. Recopier les calculs suivants et les effectuer à l'aide d'une calculatrice scientifique :
   a. (+ 8) × (+4)  b. (− 3) × (+5)  c. (+ 7) × (− 9)  d. (− 2) × (−7)
   e. (−5) × (+3,2)  f. (+ 4,3) × (−7)  g. (− 2,5) × ( − 4)  h. (+1,8) × (+5)
2. a. En observant les calculs précédents, quelle(s) conjecture(s) peut-on faire sur le produit de deux nombres relatifs ?
   b. En utilisant la calculatrice, tester ces conjectures sur d'autres exemples.
   c. Comment semble-t-on calculer le produit de deux nombres relatifs de même signe ? et le produit de deux nombres relatifs de signes différents ?

### B. Sur le chemin de la preuve

3. a. En utilisant les réponses de la question 2.c, calculer (+ 3) × (− 2).
   b. Expliquer pourquoi (+ 3) × (− 2) = (− 2) + (− 2) + (− 2).
   c. En déduire une justification du résultat trouvé au 3.a.
4. a. En utilisant les réponses de la question 2.c, calculer (− 8) × (− 3).
   b. Calculer (− 8) × [(− 3) + (+ 3)] et en déduire que (− 8) × (− 3) + (− 8) × (+ 3) = 0.
   c. Expliquer pourquoi les résultats de (− 8) × (− 3) et (− 8) × (+ 3) sont opposés et en déduire une justification du résultat trouvé à la question 4.a.
5. Expliquer pourquoi on pourrait généraliser les raisonnements menés aux questions 3. et 4. ainsi prouver que les conjectures formulées à la question 2.c sont toujours vraies.

## Activité 14 Diviser des nombres relatifs — Objectif 10

**1.** Recopier et compléter.

**a.** (+5) × .... = (+25) donc $\frac{(+25)}{(+5)}$ = ....  **b.** (+4) × .... = (−28) donc $\frac{(-28)}{(+4)}$ = ....

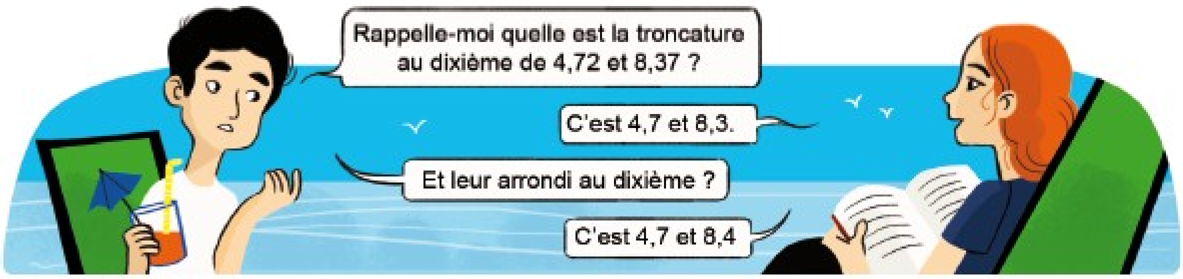
**c.** (−8) × .... = (+32) donc $\frac{(+32)}{(-8)}$ = ....  **d.** (−2) × .... = (−14) donc $\frac{(-14)}{(-2)}$ = ....

**2.** En s’inspirant de ce qui a été fait à la question **1.**, calculer, sans utiliser la calculatrice, les quotients suivants.

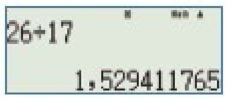
**a.** $\frac{(+35)}{(+7)}$  **b.** $\frac{(+20)}{(-2)}$  **c.** $\frac{(-25)}{(+5)}$  **d.** $\frac{(-42)}{(-6)}$

**3.** Comment semble-t-on calculer le quotient de deux nombres relatifs ?

## Activité 15 Arrondir un quotient — Objectif 10




**1.** Le calcul du quotient de 26 par 17 sur une calculatrice donne :
Donner, pour ce quotient, la troncature et l’arrondi :




**a.** au dixième ;  **b.** au centième ;  **c.** à l’unité.

**2.** Expliquer pourquoi, à un rang donné, l’arrondi et la troncature d’un quotient sont parfois égaux et parfois différents.

**3.** Sur une calculatrice, calculer le quotient de (− 24) par 13.

**4.** Donner la troncature et l’arrondi de ce quotient :
**a.** à l’unité ;  **b.** au centième ;  **c.** au millième.

## Activité 16 Effectuer une séquence de calculs — Objectif 11

### A. À la main

**1.** Effectuer à la main les calculs suivants.

**a.** (− 6) + (− 2) × (+ 7)  **b.** (− 3) × (− 4) + (+ 2)  **c.** (− 8) – (+ 20) : (− 4)
**d.** – 2 + 3 × (− 7)  **e.** 13 – 4 × (7 − 9)  **f.** 8 – 2 × (5 − 4 × (− 3) − 8) + 6

**2.** Kieran affirme que le résultat du calcul $7 + 3^2$ est égal à 100. Alexia pense que le résultat de ce calcul est 16.

**a.** Comment Kieran et Alexia semblent-ils être arrivés à ces résultats différents ?

   **b.** Expliquer pourquoi l'expression $7 + 3^2$ peut aussi s'écrire $7 + 3 \times 3$.
   **c.** En déduire, en justifiant la réponse, le nom de l'élève qui a raison.

**3.** Quels sont donc les résultats des calculs suivants ?
   **a.** $5 - 4^2 + 7$  **b.** $6 + 2 \times 5^2 - 3$  **c.** $8 - 4 \times (-3)^2$

## B. À la calculatrice

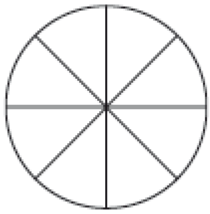
**4.** Effectuer à la calculatrice les calculs suivants.
   **a.** $542 - 76 \times (-21)$  **b.** $-48 - 7 \times (53 - 71)$  **c.** $-351 + 43 \times (-52 - 3 \times 78)$

**5.** **a.** Donner le signe de $(-47)^2$ et de $-47^2$ sans effectuer de calculs.
   **b.** Effectuer ces calculs à la calculatrice et vérifier que les résultats sont cohérents avec les réponses précédentes.

**6.** À l'aide d'une calculatrice, calculer le carré de $-82$ et le cube de $-15$.

## Activité 17 Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents — Objectif 12

Dans un collège, on propose aux élèves de faire du football ou du badminton durant la pause de midi : $\frac{3}{8}$ des élèves ont choisi le football et $\frac{1}{4}$ des élèves a choisi le badminton, les autres élèves ne font pas de sport.



**6.** **a.** Reproduire le disque ci-contre qui représente la totalité des élèves.
   **b.** Colorier en rouge la surface du disque qui représente la proportion d'élèves ayant choisi le football.
   **c.** Colorier en vert la surface du disque qui représente la proportion d'élèves ayant choisi le badminton.

**7.** Quelle proportion d'élèves du collège fait du sport durant la pause de midi ?

**8.** Répondre à la question précédente en écrivant un calcul et en l'effectuant.

**9.** Quelle proportion d'élèves du collège ne fait pas de sport durant la pause de midi ?

**10.** À l'aide des réponses aux questions **2.** et **4.**, expliquer comment additionner deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateurs différents.

## Activité 18 Additionner et soustraire des nombres en écriture fractionnaire — Objectif 13

Le professeur de mathématiques de Clara lui a demandé de calculer $\frac{5}{2} + \frac{4}{3}$ mais elle trouve cela difficile.

**1.** **a.** Écrire les cinq premiers multiples de 2 et les cinq premiers multiples de 3.
   **b.** Quel nombre se trouve dans les deux listes ?
   **c.** En déduire une écriture des fractions $\frac{5}{2}$ et $\frac{4}{3}$ avec le même dénominateur

**d.** Calculer alors $\frac{5}{2} + \frac{4}{3}$.

**2.** En s'inspirant du travail fait à la question **1.**, calculer les sommes et les différences suivantes :

**a.** $\frac{2}{7} + \frac{1}{4}$ **b.** $\frac{8}{15} - \frac{1}{2}$ **c.** $\frac{5}{6} - \frac{2}{9}$ **d.** $\frac{9}{4} - \frac{1}{6}$ **e.** $\frac{1}{9} + \frac{5}{12}$

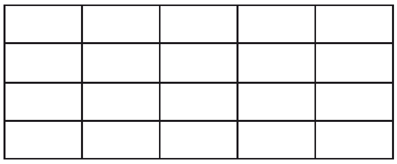
**3.** Quelle méthode semble-t-on pouvoir suivre pour calculer la somme ou la différence de deux fractions ?

## Activité 19 Multiplier des nombres en écriture fractionnaire — Objectif 14

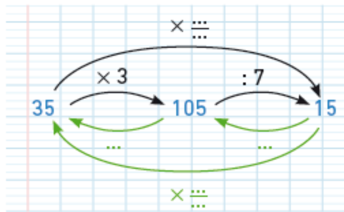
À Hixville, les transports en commun sont utilisés par les trois quarts de la population. Les deux cinquièmes de ces déplacements se font en tramway.

1. Représenter l'ensemble des déplacements par un rectangle (comme celui dessiné ci-dessous), puis colorier en rouge la part correspondant aux déplacements en transport en commun.



2. Hachurer la partie occupée par les déplacements en tramway.
3. Quelle fraction de l'ensemble des déplacements représentent les déplacements en tramway ?
4. Quel calcul peut-on effectuer pour obtenir le même résultat : $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$? $\frac{2}{5}-\frac{3}{4}$? $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$?
5. En déduire une méthode permettant de multiplier deux nombres en écriture fractionnaire.

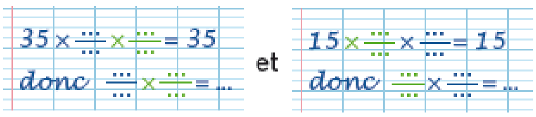
## Activité 20 Diviser des nombres en écriture fractionnaire — Objectif 14



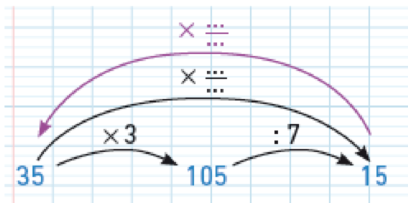

Lucie a représenté ci-contre ce programme de calcul :

- Multiplier par 3
- Diviser par 7

1. **a.** Recopier et compléter le schéma de Lucie.
   **b.** Recopier et compléter les égalités suivantes :




   **c.** *Deux nombres dont le produit est égal à 1 sont dits « **inverses** » l'un de l'autre.*
   À l'aide de la question **b.**, donner deux nombres inverses l'un de l'autre, puis trouver un autre exemple d'un nombre et de son inverse.
2. **a.** Recopier et compléter le travail d'Eddy, le voisin de Lucie, portant sur le même programme de calcul :




   **b.** En déduire :
   - $15 \times \frac{\cdots}{\cdots} = 35$
   - $35 \times \frac{\cdots}{\cdots} = 15$
   - $15 : \frac{\cdots}{\cdots} = 35$
   - $35 : \frac{\cdots}{\cdots} = 15$

   **c.** Recopier et compléter la phrase suivante : « Diviser par un nombre revient à … »
3. Calculer les divisions suivantes :

**Cherchons ensemble – Énoncés modifiables**

**a.** $15 : \frac{5}{4} = \ldots$ **b.** $\frac{3}{4} : \frac{7}{5} = \ldots$ **c.** $\frac{8}{9} : \frac{12}{15} = \ldots$ **d.** $\frac{9}{15} : 6 = \ldots$

## Activité 21 Découvrir la notation des puissances — Objectif 15

Le 1er avril, Lucie entend à la radio que son groupe préféré va donner un concert dans sa ville. Elle envoie immédiatement un message à trois copines pour les informer de cet évènement. Le 2 avril, chacune des trois copines envoie à son tour un message à trois autres copines pour les avertir. Et ainsi la nouvelle se propage rapidement : dès qu'une personne l'apprend, elle en informe trois autres le lendemain.

1. Combien de nouvelles personnes apprennent l'information le 2 avril ? le 3 avril ? le 4 avril ? le 5 avril ?
2. Quel calcul permet de trouver combien de nouvelles personnes apprennent l'information le 10 avril ? Écrire seulement le calcul sans l'effectuer.
3. Quel calcul permet de trouver combien de nouvelles personnes apprennent l'information le 1er mai ? Écrire seulement le calcul sans l'effectuer.
4. Que peut-on dire de ce dernier calcul ? Quel codage peut-on proposer pour le raccourcir ?

## Activité 22 Découvrir les puissances d'exposant négatif — Objectif 16

*1.* **a.** Recopier et compléter les égalités suivantes :

- $10 = 10^{\cdots}$
- $100 = 10 \times \ldots = 10^{\cdots}$
- $1\,000 = 10 \times \ldots \times \ldots = 10^{\cdots}$
- $10\,000 = 10 \times \ldots \times \ldots \times \ldots = 10^{\cdots}$
- $1\,000\,000 = 10^{\cdots}$
- $1\,000\,000\,000 = 10^{\cdots}$

**b.** Quel est l'intérêt d'écrire des grands nombres à l'aide de puissances de 10 ?

*2.* **a.** Recopier et compléter les égalités suivantes :

- $0{,}1 = \frac{1}{\cdots} = \frac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}01 = \frac{1}{\cdots} = \frac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}001 = \frac{1}{\cdots} = \frac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}000\,1 = \frac{1}{\cdots} = \frac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}000\,001 = \frac{1}{10^{\cdots}}$
- $0{,}000\,000\,001 = \frac{1}{10^{\cdots}}$

**b.** Quel est l'intérêt d'écrire des petits nombres à l'aide de puissances de 10 ?

*3.* *Une nouvelle notation : $\frac{1}{10^n}$ est l'inverse de $10^n$ et on le note $10^{-n}$.*

Par exemple : $0{,}01 = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$.

Écrire les nombres décimaux vus en **2.a** avec cette nouvelle notation.

## Activité 23 Calculer avec les puissances de 10 — Objectif 16

### A. Produit de puissances

1. Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :
   a. $10^4 \times 10^2$　　b. $10^6 \times 10^3$　　c. $10^7 \times 10^1$
2. Les trois résultats peuvent-ils s’écrire sous forme de puissances de 10 ?
3. Que peut-on conjecturer au sujet des produits de deux puissances de 10 ?

### B. Quotient de puissances

4. Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :
   a. $\frac{10^4}{10^2}$　　b. $\frac{10^6}{13^3}$　　c. $\frac{10^7}{10^1}$
5. Les trois résultats peuvent-ils s’écrire sous forme de puissances de 10 ?
6. Que peut-on conjecturer au sujet des quotients de deux puissances de 10 ?

### C. Puissance de puissances

7. Effectuer, sans calculatrice, les trois calculs suivants :
   a. $(10^4)^2$　　b. $(10^6)^3$　　c. $(10^7)^1$
8. Les trois résultats peuvent-ils s’écrire sous forme de puissances de 10 ?
9. Que peut-on conjecturer au sujet des puissances d’une puissance de 10 ?

## Activité 24 Découvrir et utiliser la notation scientifique — Objectif 17

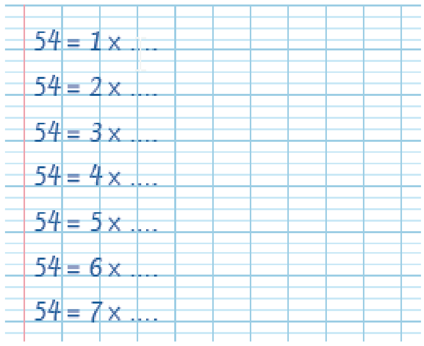
- La masse de la Terre est d’environ :
  5 972 000 000 000 000 000 000 000 kg.
- La masse d’une molécule d’eau est d’environ :
  0,000 000 000 000 000 000 000 03 g.

1. Que peut-on dire de l’écriture de ces deux masses ?
2. La masse de la Terre peut s’écrire plus facilement.
   a. Recopier et compléter à l’aide d’une puissance de 10_la phrase suivante :
      Masse de la Terre : 5 972 × … kg.
   b. Proposer d’autres écritures du même type pour exprimer cette masse.
3. La masse d’une molécule d’eau peut également s’écrire à l’aide des puissances de 10.
   Proposer trois écritures différentes de cette masse à l’aide de puissances de 10.
4. Parmi les écritures trouvées aux questions 2. et 3., certaines sont de la forme $a \times 10^n$, où $a$ est un nombre compris entre 1 et 10 (exclu) et $n$ est un entier relatif.
   *Une telle écriture d’un nombre s’appelle la **notation scientifique** du nombre.*
   Donner la notation scientifique de la masse (en kg) de la Terre, puis celle (en g) d’une molécule d’eau.

## Activité 25 Trouver des diviseurs communs à deux nombres — Objectif 18

### A. Liste des diviseurs d’un nombre

Dans son cahier, Marie recherche tous les diviseurs de 54.



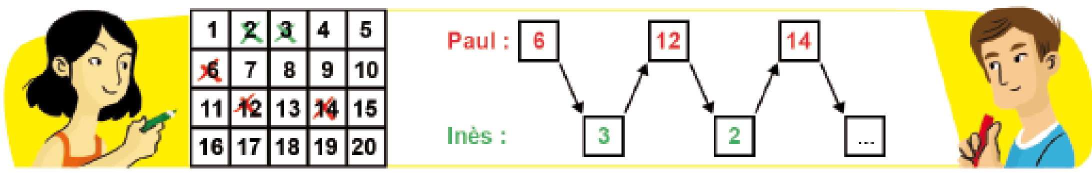

1. 54 est-il divisible par 2 ? Pourquoi ?
2. 54 est-il divisible par 5 ? Pourquoi ?
   Certaines lignes du cahier de Marie peuvent être complétées avec des nombres entiers.
3. Aider Marie à finir son travail.
4. En déduire la liste des diviseurs de 54.

### B. Diviseurs communs à deux nombres

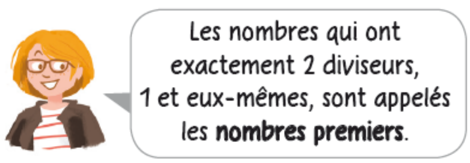
5. Trouver tous les diviseurs de 36. Combien y en a-t-il ?
6. En utilisant la partie **A.** de l’activité, trouver les diviseurs communs à 54 et 36.

## Activité 26 Jouer au jeu de Juniper Green — Objectif 18

Voici un jeu qui se joue à  deux sur une grille de 20, 50 ou 100 nombres.
Les règles sont très simples :
– le premier joueur choisit un nombre ;
– à tour de rôle, chaque joueur choisit un nombre parmi les multiples ou les diviseurs du nombre choisi précédemment par son adversaire (un nombre ne peut être joué qu’une seule fois).
Un joueur est déclaré gagnant quand son adversaire ne peut plus jouer.
Voici un exemple de début de partie :




1. Dans la partie ci-dessus, quels nombres Inès peut-elle cocher au tour suivant ?
2. **a.** Faire plusieurs parties avec un(e) camarade en essayant de trouver une stratégie gagnante.
   **b.** Quelle stratégie permet au joueur débutant la partie d’être certain de gagner ?
   **c.** Cette stratégie est basée sur l’utilisation de certains nombres particuliers. Lesquels ?
   **d.** Combien de diviseurs ces nombres-là ont-ils ? Y en a-t-il plusieurs dans la grille ?
3. **a.** Donner la liste des nombres premiers inférieurs à 20.
   **b.** Expliquer pourquoi le nombre 1 n’est pas premier.




4. Pour éviter qu’un joueur puisse utiliser la stratégie gagnante vue à la question **2. b.**, on modifie la première règle : le premier joueur choisit un nombre **pair**.
   Faire plusieurs parties avec un(e) camarade ou bien seul(e) en essayant de faire la plus longue partie possible.

## Activité 27 Trouver la liste des nombres premiers : le crible d'Érathostène Objectif 18

Un nombre premier est un nombre qui possède exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.
Cette activité met en œuvre un algorithme appelé « crible d'Érathostène » permettant de trouver tous les nombres premiers inférieurs à 100.

1. Dans une grille, écrire tous les entiers de 1 à 100.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |


2. **a.** Expliquer pourquoi le nombre 1 n'est pas premier, puis le barrer dans la grille.
   **b.** Le nombre 2 ne possède aucun diviseur autre que 1 et lui-même. 2 est donc un nombre premier. Entourer le nombre 2.
   **c.** Barrer tous les multiples de 2, qui ne sont donc pas des nombres premiers.
3. **a.** Le plus petit nombre non barré est 3. 3 n'a donc pas de diviseur autre que 1 et lui-même. 3 est donc un nombre premier. Entourer le nombre 3.
   **b.** Barrer tous les multiples de 3, qui ne sont donc pas des nombres premiers.
4. **a.** Entourer le plus petit nombre non barré et barrer tous ses multiples.
   **b.** Poursuivre de la même façon jusqu'à ce que le plus petit nombre non barré soit supérieur à 10. Tous les nombres non barrés dans la grille sont les nombres qui n'ont pas d'autre diviseur que 1 et eux-mêmes. On obtient la liste des nombres premiers inférieurs à 100.

## Activité 28 Décomposer en facteurs premiers et rendre une fraction irréductible

## Objectif 19

1. Simplifier les fractions suivantes en utilisant les critères de divisibilité classiques.


**a.** $\frac{55}{15}$ **b.** $\frac{14}{16}$ **c.** $\frac{270}{120}$ **d.** $\frac{14}{49}$

2. 600 est divisible par 2. On peut écrire 600 comme le produit de deux facteurs : 600 = 2 × 300.
   **a.** 300 est aussi divisible par 2. On peut donc aussi écrire 300 comme un produit de deux facteurs. Recopier et compléter l'égalité : 600 = 2 × 2 × …
   **b.** Poursuivre le processus en cherchant à décomposer les nouveaux facteurs obtenus en produit de deux facteurs dont au moins un est un nombre premier (2, 3, 5…) et vérifier que l'on obtient : $600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$, c'est-à-dire $2^3 \times 3 \times 5^2$.
3. Décomposer de la même façon le nombre 840 en produit de facteurs premiers.

4. En déduire une simplification de la fraction $\frac{600}{840}$.