cours

1 Construire et représenter un prisme droit

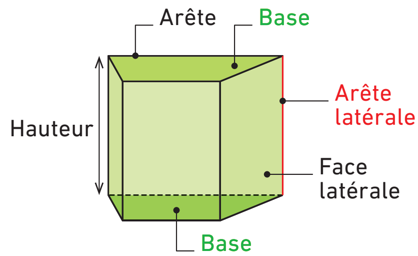
OBJECTIF 1

A Description

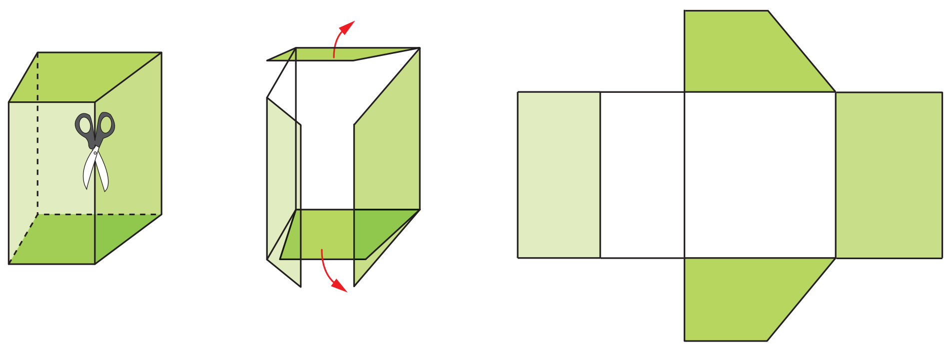
DÉFINITION Un **prisme droit** est un solide qui a :
– deux faces parallèles et superposables qui sont des polygones, appelées **bases** ;
– des faces rectangulaires perpendiculaires aux bases, appelées **faces latérales**.

Remarque
Les cubes et les parallélépipèdes rectangles sont des prismes droits particuliers.

Représentation en perspective cavalière
Les arêtes en pointillés sont les arêtes cachées.



B Représentation (patron d'un prisme droit)



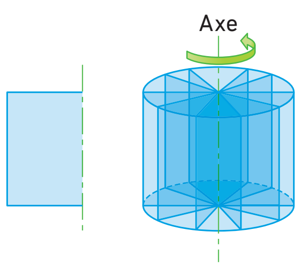
2 Construire et représenter un cylindre de révolution

OBJECTIF 2

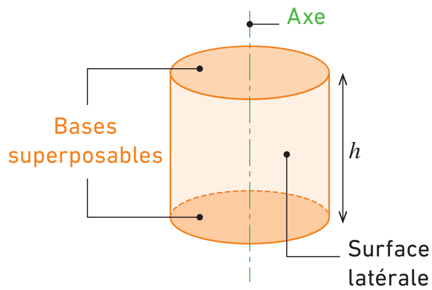
A Description

DÉFINITION Un **cylindre droit**, ou **cylindre de révolution**, est un solide qui a :
– deux disques superposables, appelés les **bases** ;
– une surface « entourant » les bases, dont le patron est un rectangle, appelée **surface latérale**.

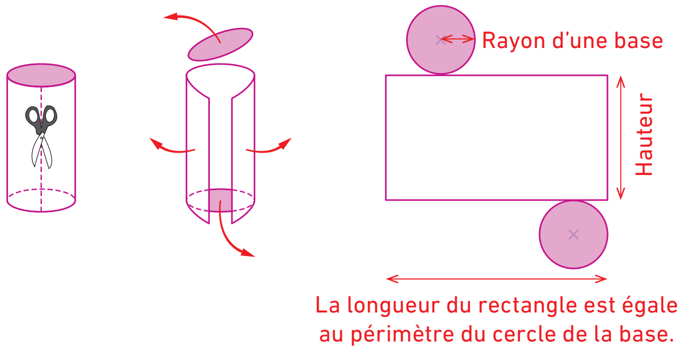
Remarques
• On obtient un cylindre de révolution en faisant tourner un rectangle autour d'un de ses côtés.
• Le rayon d'un cylindre est le rayon de ses bases.



Représentation en perspective cavalière
En perspective cavalière, les bases sont représentées par un ovale.



B Représentation (patron d'un cylindre de révolution)



3 Calculer le volume d'un cylindre dans différentes unités

OBJECTIF 3

A Unités de volume

DÉFINITION L'unité de volume usuelle est le **mètre cube** (notée m^3) : c'est le volume d'un cube de 1 m d'arête.

Tableau de conversion de mesures de volumes et de capacités

		km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3
											kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			
														4	7	0	0			
											0	0	7	5						
																	4	3	0	0

Exemples

- 4,7 dm^3 = 4 700 cm^3 = 4,7 L
- 75 L = 75 dm^3 = 0,075 m^3
- 4,3 cm^3 = 4 300 mm^3 = 4,3 mL

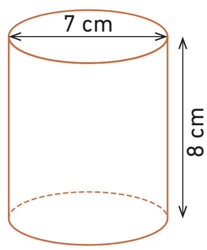
B Volume d'un cylindre

FORMULE Le volume V d'un cylindre de révolution est égal au produit de l'aire de sa base B par sa hauteur h :

$$V = B \times h$$

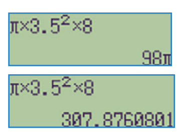
Exemple

- Calculer le volume d'un cylindre de diamètre 7 cm et de hauteur 8 cm :



– La base est un cercle de diamètre 7 cm, donc de rayon 3,5 cm.
Aire de la base : $B = \pi r^2 = \pi \times 3{,}5^2$, donc $B \approx 38{,}465$ cm^2.

– Volume du cylindre de hauteur 8 cm : $V = B \times h = \pi r^2 h = \pi \times 3{,}5^2 \times 8$, donc $V \approx 308$ cm^3.

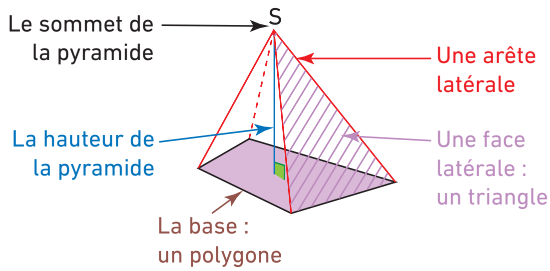


4 Pyramides et cônes de révolution

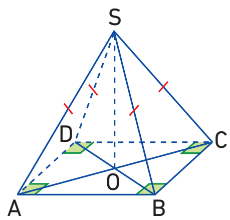
OBJECTIF 4

A Pyramides

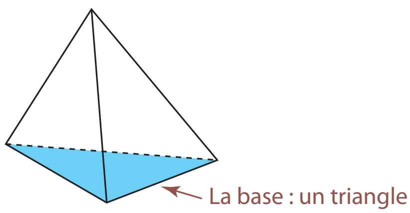
DÉFINITIONS – Une **pyramide** est un solide qui a pour base un polygone et pour faces latérales des triangles qui ont un sommet commun.
– La distance entre le sommet de la pyramide et sa base est appelée la **hauteur** de la pyramide.



DÉFINITION Une **pyramide régulière** est une pyramide dont toutes les faces sont des triangles isocèles superposables.



DÉFINITION Un **tétraèdre** est une pyramide dont la base est un triangle.



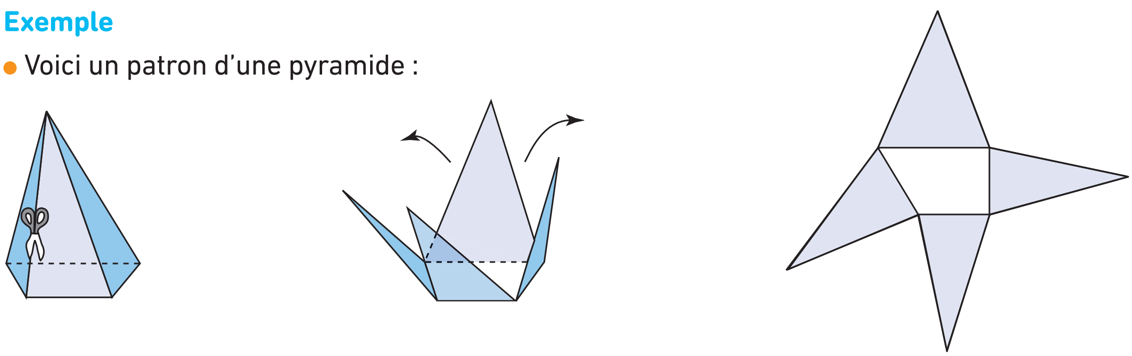
Le mot « tétraèdre » vient du grec : *tetra* (« quatre ») et *edros* (« base »).

Remarque
Les quatre faces du tétraèdre peuvent être considérées chacune à leur tour comme la base du tétraèdre.

Il existe plusieurs façons de déplier un solide, donc un même solide possède plusieurs patrons différents.

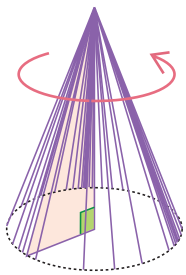
Exemple

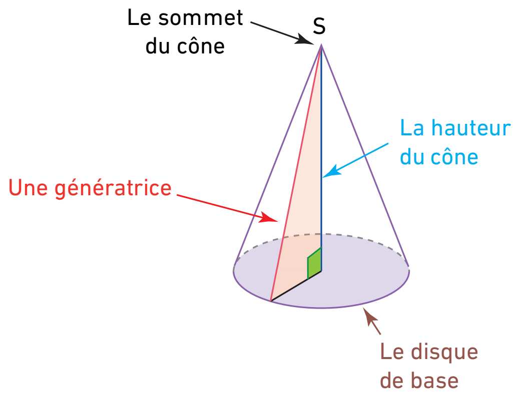
- Voici un patron d'une pyramide :



B Cônes de révolution

DÉFINITION Un **cône de révolution** est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de son angle droit.





Vocabulaire
Les **génératrices d'un cône** sont des segments qui ont pour extrémités le sommet du cône et un point du cercle délimitant le disque de base.

5 Volume d'une pyramide et d'un cône de révolution

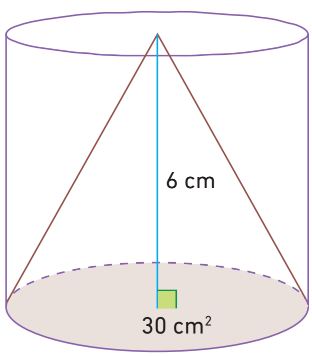
OBJECTIF 5

PROPRIÉTÉ Le volume V d'une pyramide ou d'un cône est égal au tiers du produit de l'aire de la base B du solide par la hauteur de ce solide H :

$V = \dfrac{B \times H}{3}$, avec B l'aire de la base du solide et H la hauteur du solide.

Exemples

- Le volume d'un cône est égal au tiers du volume du cylindre ayant même base et même hauteur.
- Pour le cône ci-dessous, l'aire de la base est égale à 30 cm^2 et sa hauteur est égale à 6 cm, donc son volume est égal à $\dfrac{30 \times 6}{3} = 60\,\text{cm}^3$.



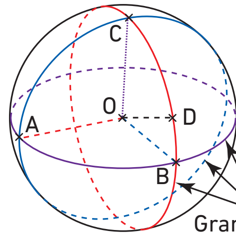
- Le volume d'une pyramide de hauteur 8 cm dont l'aire de la base est égale à 36 cm^2 vaut $\dfrac{36 \times 8}{3} = 96$ cm^3.

6 Sphère et boule

OBJECTIF 6

DÉFINITIONS – Une **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = r$.
– Une **boule** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leqslant r$.

On peut représenter une sphère en perspective.
Pour représenter un point qui appartient à la sphère, comme le point D par exemple, on le place sur un cercle de centre O et de même rayon que la sphère. On appelle les cercles de centre O et de rayon r des grands cercles de la sphère.
Dans cette sphère : $OA = OB = OC = OD$.



PROPRIÉTÉS – Une sphère de rayon r a pour aire : $4\pi r^2$.
– Une boule de rayon r a pour volume : $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Exemples

- L'aire d'une sphère de rayon 5,3 cm est égale à $4 \times \pi \times 5{,}3^2 \approx 353\ \text{cm}^2$.
- Le volume d'une boule de rayon 2,7 m est égal à $\frac{4}{3} \times \pi \times 2{,}7^3 \approx 82\ \text{m}^3$.

7 Repérage dans l'espace

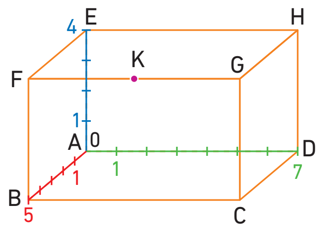
OBJECTIF 7

A Repérage dans un parallélépipède rectangle

On peut se repérer dans un parallélépipède rectangle en prenant un des sommets comme origine et en notant l'**abscisse** et l'**ordonnée** sur la base du pavé droit et l'**altitude** sur le troisième côté (hauteur).

Exemple

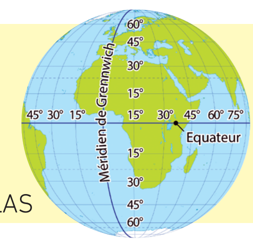
- Dans ce pavé droit, le point C est repéré par le triplet (5 ; 7 ; 0) et le point G est repéré par le triplet (5 ; 7 ; 4).
  Le point K, milieu de [FG], est repéré par le triplet (5 ; 3,5 ; 4).



B Repérage sur une sphère

On peut se repérer sur une sphère à l'aide de grands cercles. Sur notre planète, que l'on assimile à une sphère, ces grands cercles sont des méridiens. Le méridien de Greenwich est le premier d'entre eux.

DÉFINITIONS – La **latitude** exprime la position Nord-Sud par rapport à l'équateur.
– La **longitude** exprime la position Est-Ouest par rapport au méridien de Greenwich.



Exemple

- Le point du globe de latitude 40° Sud (ou – 40°) et de longitude 20° Est (ou + 20°) se trouve en plein océan Indien, sous l'Afrique du Sud.

8 Sections planes de solides

OBJECTIF 8

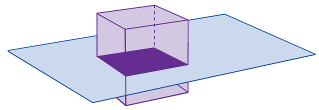
A Sections de différents solides

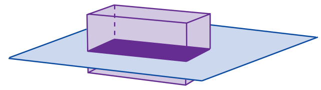
DÉFINITION On appelle **section** d'un solide par un plan l'intersection de ce solide avec ce plan.

• Cube et parallélépipède rectangle

PROPRIÉTÉS – La section d'un cube par un plan parallèle à l'une de ses faces est un carré de même dimension que cette face.

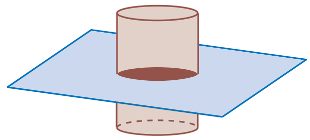
– La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à l'une de ses faces est un rectangle identique à cette face.



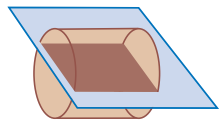


• Cylindre

PROPRIÉTÉ La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à sa base est un disque identique au disque de base.

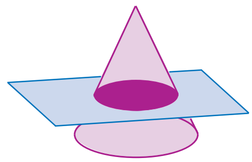


PROPRIÉTÉ La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à sa base est un rectangle.

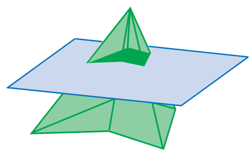


• Cône et pyramide

PROPRIÉTÉ La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un disque (qui est une réduction du disque de base).

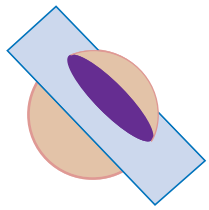


PROPRIÉTÉ La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone (qui est une réduction du polygone de base).



• Sphère

PROPRIÉTÉ La section d'une sphère par un plan est un cercle.



B Agrandissements et réductions

DÉFINITIONS – **Réduire** les dimensions d'une figure ou d'un solide, c'est multiplier ses dimensions par un nombre compris entre 0 et 1.
– **Agrandir** les dimensions d'une figure ou d'un solide, c'est multiplier ses dimensions par un nombre supérieur à 1.

PROPRIÉTÉ Quand on multiplie les dimensions d'une figure ou d'un solide par un nombre k, son aire est multipliée par k^2.

PROPRIÉTÉ Quand on multiplie les dimensions d'un solide par un nombre k, son volume est multiplié par k^3.