Preuve des critères de divisibilité

- Un nombre est divisible par 2 quand son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 :

Si *N* est un nombre tel que le chiffre des unités de *N* est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8, alors *N* peut s'écrire sous la forme $a \times 10 + 2 \times k$, où a et k sont des nombres entiers puisque 0 ; 2 ; 4 ; 6 et 8 sont des multiples de 2.

On a donc : $N = a \times 10 + 2 \times k = 2 \times (a \times 5 + k)$ et *N* est donc divisible par 2.

- Un nombre est divisible par 5 quand son chiffre des unités est 0 ou 5 :

Si *N* est un nombre tel que le chiffre des unités de *N* est 0 ou 5 alors, *N* peut s'écrire sous la forme $a \times 10 + 5 \times k$, où a et k sont des nombres entiers puisque 0 et 5 sont des multiples de 5.

On a donc : $N = a \times 10 + 5 \times k = 5 \times (a \times 2 + k)$ et *N* est donc divisible par 5.

- Un nombre est divisible par 10 quand son chiffre des unités est 0 :

Si *N* est un nombre tel que le chiffre des unités de *N* est 0, alors on peut écrire *N* sous la forme $N = a \times 10$, où a est un nombre entier. De fait, *N* est divisible par 10.

- Un nombre est divisible par 3 quand la somme de ses chiffres est un multiple de 3 :

On se limitera à des nombres à trois chiffres.

Soit *N* un nombre à trois chiffres. On a donc $N = 100a + 10b + c$, où a, b et c sont des nombres entiers tels que $a + b + c$ est divisible par 3.

On a alors : $N = (3 \times 33 + 1) \times a + (3 \times 3 + 1) \times b + c = 3 \times (33a + 3b) + (a + b + c)$

Et donc si $a + b + c$ est divisible par 3 ; *N* l'est aussi.

- Un nombre est divisible par 9 quand la somme de ses chiffres est un multiple de 9 :

On se limitera à des nombres à trois chiffres.

Soit *N* un nombre à trois chiffres. On a donc $N = 100a + 10b + c$, où a, b et c sont des nombres entiers tels que $a + b + c$ est divisible par 9.

On a alors : $N = (9 \times 11 + 1) \times a + (9 + 1) \times b + c = 9 \times (11 \times a + b) + (a + b + c)$.

Et donc si $a + b + c$ est divisible par 9 ; *N* l'est aussi.